

# ESTIMATION DE LA SURFACE COMPRIMÉE DES FONDATIONS GRAVITAIRES ANNULAIRES EN STATIQUE

## ESTIMATION OF THE CONTACT AREA OF ANNULAR GRAVITY BASED FOUNDATIONS IN STATIC

Jean-François BRUCHON<sup>1</sup>, Cyril BORELY<sup>1</sup>, Fahd CUIRA<sup>1</sup>, Elisabeth PALIX<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Setec Terrasol, Paris, France

<sup>2</sup> EDF Energies Nouvelles

**RÉSUMÉ** – Cette étude s'intéresse à la surface comprimée sous des fondations gravitaires annulaires. Une solution analytique de cette surface de contact est présentée dans cette étude pour toutes géométries annulaires y compris pleines. La pertinence de cette solution est évaluée et validée à partir de simulations numériques aux éléments finis réalisées sous Plaxis3D.

**ABSTRACT** – This study focus on contact area between annular gravity based foundations and its support soil. An analytical solution of this contact area is presented in this study able to process all annular foundations. The relevance of the analytical approach is checked thanks to 3D finites elements simulations with Plaxis3D.

### 1. Introduction

L'emploi de fondation superficielle de géométrie annulaire se développe dans le cadre des projets d'éoliennes gravitaires offshore. Ces structures sont soumises à des efforts horizontaux importants dus aux effets du vent et de la houle. Pour reprendre ces efforts et moments, leur fondation doit être suffisamment large pour éviter des problèmes de stabilité, principalement de décollement de la fondation et de poinçonnement du sol. Il apparait que la partie centrale de la fondation joue peu à la reprise de ces sollicitations transversales. Ainsi, une des optimisations envisagées est d'ajourer la fondation permettant de réduire le volume des matériaux de construction de la fondation tout en exploitant au mieux leurs performances mécaniques. Toutefois, le comportement des fondations annulaires n'a été que très rarement étudié puisque cette géométrie de fondation est relativement nouvelle. Les normes et recommandations ne traitent que des fondations pleines (filantes, rectangulaires et circulaires) qui sont les plus courantes et pour lesquelles des solutions analytiques sont connues et admises par la communauté scientifique. Face à cette problématique, il est possible d'avoir recours à des calculs numériques qui, utilisés seuls (sans résultat de référence), ne sont pas sans inconvénients : calculs chronophages, qualité/précision des calculs et donc des résultats, résultats associés à une configuration précise (généralisation difficile des résultats).

Dans ce contexte, une étude approfondie du comportement des fondations gravitaires annulaires a été réalisée afin de caractériser le comportement de ces fondations et notamment le décollement sujet de cet article. Différentes combinaisons de charges, stratigraphies et géométries de fondation (circulaire ou annulaire avec diamètre intérieur variable) ont été étudiées. Plusieurs approches de calcul ont été employées : analytique et numérique aux éléments finis à partir de Plaxis3D. L'influence des lois de comportement du sol utilisées dans les calculs aux éléments finis a également été quantifiée.

## 2. Etat de l'art

D'une manière générale, la bibliographie consacrée aux fondations superficielles annulaires est très réduite. Les normes d'application nationale (notamment NF P 94-261 ; NF EN ISO 19901-4) et recommandations (par exemple ROSA 2000) s'intéressent uniquement aux fondations superficielles pleines (filantes, rectangulaires ou circulaires) et présentent la démarche et les méthodes de justification de ces fondations vis-à-vis des mécanismes de glissement, de renversement et de portance. L'étude des fondations annulaires se heurte ainsi à une absence de référence normative compliquant alors leur vérification de manière simple et communément admise par la communauté. On retrouve les mêmes limitations concernant les recommandations relatives aux installations offshore d'éoliennes (DNV OS H204 et J101 ; GL IV Part2 – 2012 ; Randolph et Randolph 2011) qui ne traitent que des fondations superficielles pleines.

Les articles scientifiques consacrés aux fondations superficielles pleines sont nombreux. On peut notamment citer les travaux de Taiebat (Taiebat et Carter 2002a et 2002b ; Taiebat et Carter 2010) qui s'intéressent à la limite de stabilité de fondations superficielles circulaires sur sol cohésif par des approches numériques. Les résultats de ces travaux montrent que les approches analytiques sont adaptées aux fondations soumises à des efforts verticaux importants et à des efforts horizontaux faibles. Dans le cas contraire, il semblerait que les approches analytiques surestiment le domaine de stabilité des fondations. On peut également citer les références (Martin et al. 2015) et (Kay et Palix 2011) qui étudient la stabilité de fondations pleines de différentes géométries (rectangulaire superficielle, circulaire superficielle et semi-profonde).

Concernant les fondations annulaires, il est possible de citer les articles (Noorzai et al. 2006 ; Eskandari-Ghadi et al. 2015) qui s'intéressent essentiellement aux contraintes et déplacements sous la fondation sans considérer de configuration décollée par basculement de la fondation.

## 3. Notion de surface de contact pour les embases rectangulaires et circulaires

L'approche usuellement pratiquée pour l'étude de la stabilité au renversement d'une fondation superficielle rigide repose implicitement sur l'hypothèse (fondamentale) d'une distribution trapézoïdale (ou triangulaire une fois le décollage amorcé) de la réaction du sol sous la fondation comme le rappelle le schéma ci-dessous.

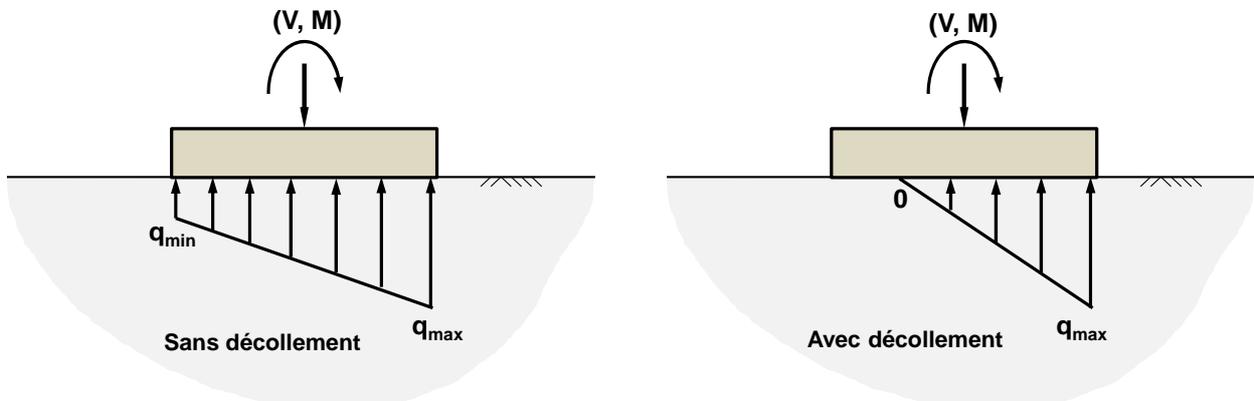


Figure 1. Représentation usuelle de la pression d'interaction sol/fondation

Pour une embase rectangulaire de largeur  $B$  ou circulaire de diamètre  $B$ , supportant une charge verticale  $V$ , le moment  $M_u$  provoquant le renversement de la fondation est égal à  $B.V/2$ . La condition de renversement correspond à une excentricité  $e = M/V = B/2$ . Le coefficient de sécurité  $F$  vis-à-vis du renversement peut être défini comme le rapport entre

le moment ultime  $M_u$  et le moment appliqué  $M$ , soit  $F = B/2e$ . Dans le cadre de cette convention, le décollement de la fondation est amorcé à partir d'un moment égal à :

- Fondation circulaire  $M \geq 1/4 M_u$  soit  $e \geq B/8$  ou  $F \leq 4$
- Fondation rectangulaire  $M \geq 1/3 M_u$  soit  $e \geq B/6$  ou  $F \leq 3$

L'évolution de la surface décollée avec l'excentricité est illustrée par la figure ci-dessous. Il est important de rappeler que ce décollement s'accompagne d'une réduction significative de la raideur en rotation et d'une augmentation rapide de la contrainte maximale.

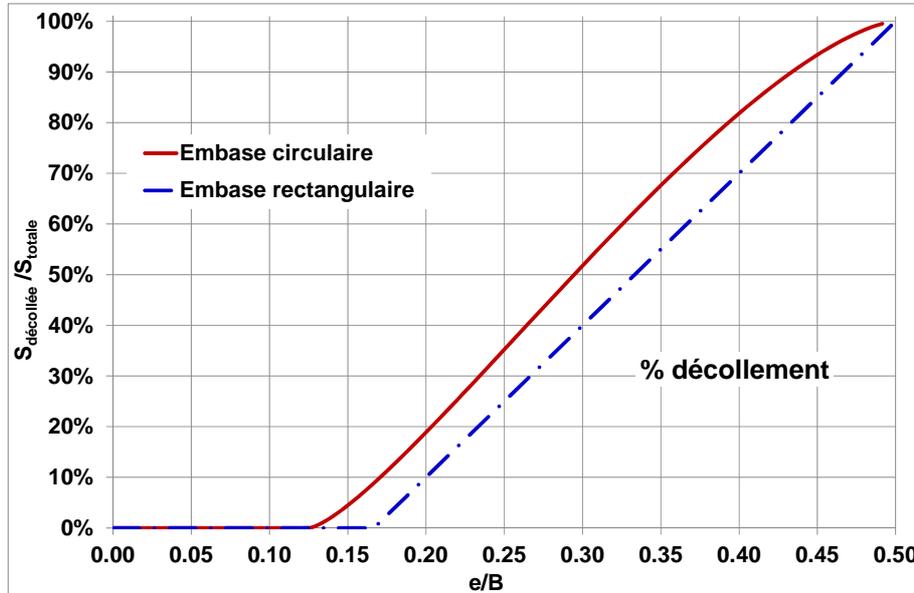


Figure 2. Evolution du taux de décollement avec l'excentricité – fondation pleine

#### 4. Généralisation aux embases annulaires

##### 4.1 Diagramme des pressions d'interaction sol/fondation

L'approche présentée en §3 peut être étendue au cas d'une embase annulaire en admettant une distribution trapézoïdale (ou triangulaire) de la pression d'interaction sous la fondation comme l'illustre la figure ci-dessous. Cela suppose implicitement que la fondation est infiniment rigide et assimile le sol à une distribution de ressorts homogènes et indépendants.

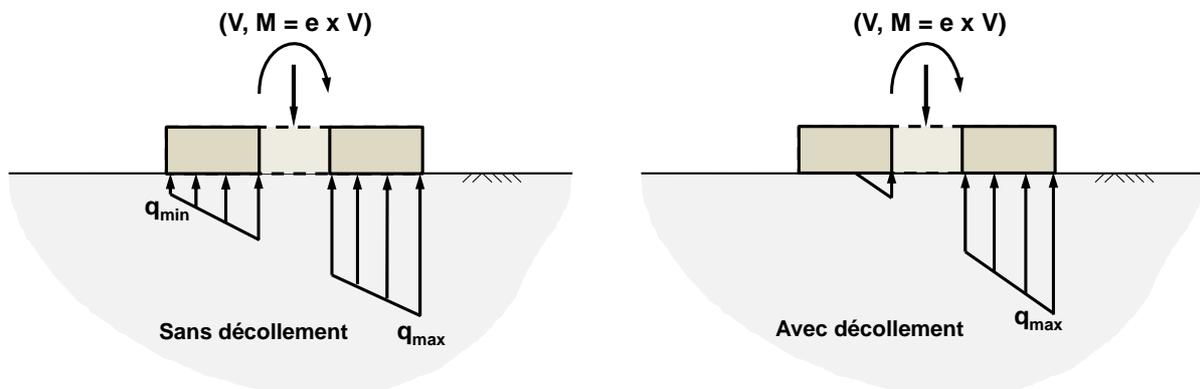


Figure 3. Représentation de la pression d'interaction sous une embase annulaire

Cette approche ignore ainsi les effets de bord qui jouent un rôle favorable à la stabilité au renversement de la fondation. Ces effets peuvent être mis en évidence avec une modélisation dérivée de la théorie de l'élasticité (sol assimilé à un milieu continu élastique

stratifié) et sont d'autant plus prononcés que la fondation est rigide. Pour un sol réel, il y a néanmoins limitation de ces effets de bord par déformation plastique ou par dégradation de la rigidité comme il sera illustré au §5. Géométriquement, l'embase gravitaire est caractérisée par un rayon extérieur noté  $R_{ext}$  et un rayon intérieur  $R_{int}$ . Le diagramme des pressions d'interaction et la surface comprimée correspondante peuvent être entièrement décrits par deux paramètres : la longueur comprimée  $L_c$  et la pression maximale  $q_{max}$  sous l'extrémité de la fondation.

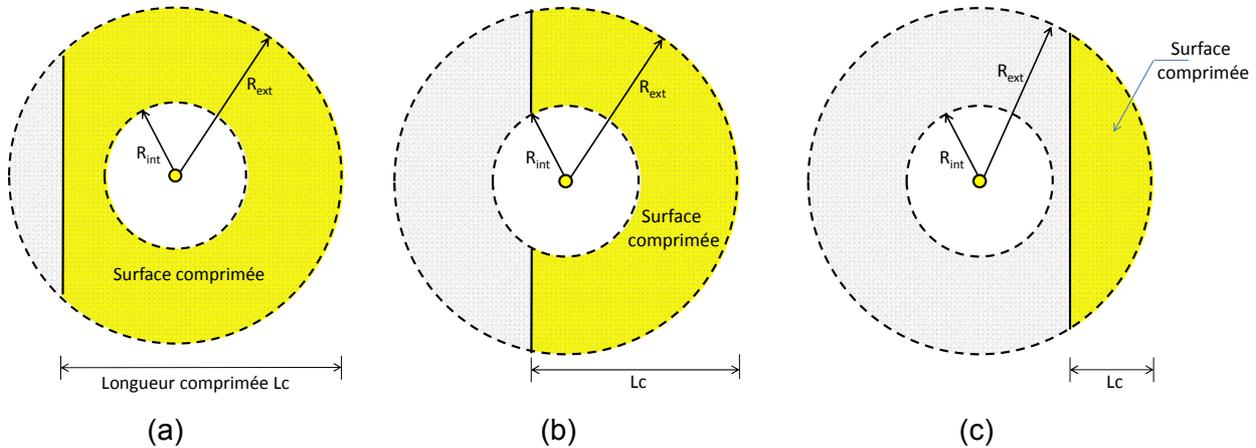


Figure 4. Situations à considérer pour l'étude du décollement d'une embase annulaire

#### 4.2 Mise en équation

La recherche du diagramme de pression (supposé obéir à une forme trapézoïdale ou triangulaire si décollement il y a) sous la fondation est menée en écrivant l'équilibre statique de la fondation, soit deux équations (équilibre des forces verticales et équilibre des moments) et deux inconnues :  $q_{min}$  et  $q_{max}$  en l'absence de décollement,  $L_c$  et  $q_{max}$  en cas de décollement. En fixant la valeur de  $L_c$ , il devient aisé d'exprimer l'excentricité « e » correspondant à un chargement triangulaire de résultante  $V$  à partir des caractéristiques géométriques de la surface de contact (centre de gravité, moments d'inertie etc...). On fait varier ensuite la valeur de  $L_c$  entre  $2 \times R_{ext}$  et 0. On détaille ci-après les formules mathématiques utilisées pour  $R_{ext} + R_{int} \leq L_c \leq 2R_{ext}$  (correspondant à la figure 4(a)).

- Surface comprimée  $A_c$  et centre de gravité  $x_g$  :

$$A_c = \frac{\pi}{2} R_{ext}^2 + x_{cut} Y + R_{ext}^2 \operatorname{atan}\left(\frac{x_{cut}}{Y}\right) - \pi R_{int}^2 \quad \text{et} \quad x_g = \frac{2}{3A_c} Y^3 \quad (1)$$

- Inertie  $I_{G,y}$  de la surface comprimée (au niveau du centre de gravité) :

$$I_{G,y} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} R_{ext}^4 + x_{cut} Y (2x_{cut}^2 - R_{ext}^2) + R_{ext}^4 \operatorname{atan}\frac{x_{cut}}{Y} - \pi R_{int}^4 \right) - x_g^2 A_c \quad (2)$$

- On en déduit le couple (e,  $q_{max}$ ) :

$$e = \frac{I_{G,y}}{(x_g - x_{cut}) A_c} + x_g \quad \text{et} \quad q_{max} = \frac{V}{A_c} \left( \frac{R_{ext} - x_{cut}}{x_g - x_{cut}} \right) \quad (3)$$

Avec :

$$Y = \sqrt{R_{ext}^2 - x_{cut}^2} \quad \text{et} \quad x_{cut} = L_c - R_{ext} \quad (4)$$

#### 4.3 Mise en œuvre pratique

La mise en œuvre du modèle décrit précédemment conduit au diagramme de la figure 5 qui illustre la variation de la surface comprimée en fonction de l'excentricité relative (rapport  $e/R_{ext}$ ) et ce pour différentes tailles de l'anneau central représentée par le rapport  $R_{int}/R_{ext}$ . On note en particulier que l'effet de forme annulaire n'est pas significatif pour

des rayons intérieurs inférieurs à  $0,3 \times R_{ext}$ . Il est utile de rappeler que l'excentricité relative  $e/R_{ext}$  n'est autre que l'inverse du coefficient de sécurité entre le moment  $M_u$  provoquant le renversement de la fondation ( $M_u = R_{ext} \times V$ ) et celui appliqué ( $= e \times V$ ), soit  $e/R_{ext} = 1/F$ .

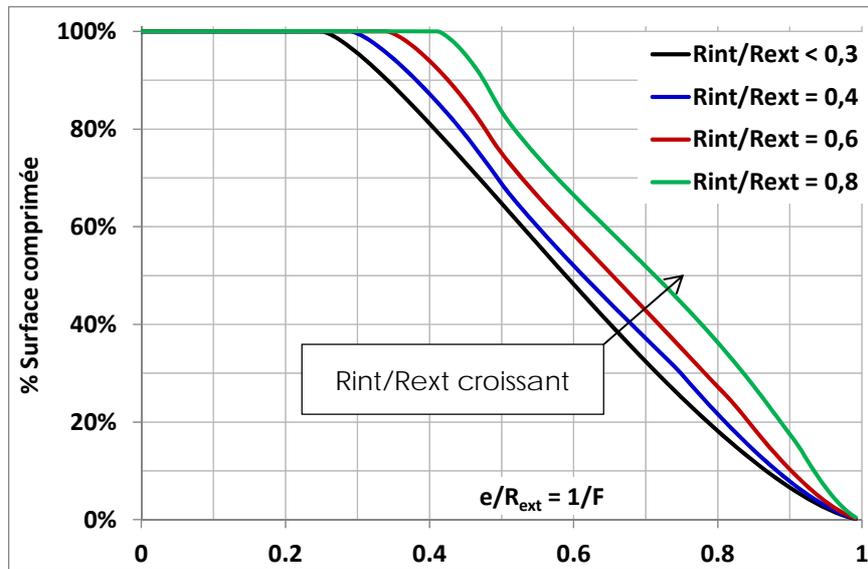


Figure 5. Evolution de la surface comprimée relative en fonction de l'excentricité relative

On donne ci-après l'expression de l'excentricité correspondant à deux valeurs remarquables pour le pourcentage de surface de comprimée et utiles aux dimensionnements des fondations d'Eoliennes :

- Amorce du décollement (surface comprimée = 100%) 
$$e_{100\%} = \frac{R_{ext}^2 + R_{int}^2}{4R_{ext}}$$
- Décollement sur 50% de la surface totale 
$$e_{50\%} = \frac{3\pi R_{ext}^4 - R_{int}^4}{16 R_{ext}^3 - R_{int}^3}$$

La figure ci-dessous présente l'évolution de la contrainte maximale  $q_{max}$  à l'extrémité de la fondation rapportée à la contrainte moyenne  $q_0$  (avant décollement) sous une fondation circulaire  $q_0 = V/S_0$ , avec  $S_0 = \pi R_{ext}^2$ . Il est intéressant d'observer que l'effet « anneau » devient négligeable pour des fortes excentricités ( $e/R_{ext} > 0,8$  ou  $F < 1,25$ ).

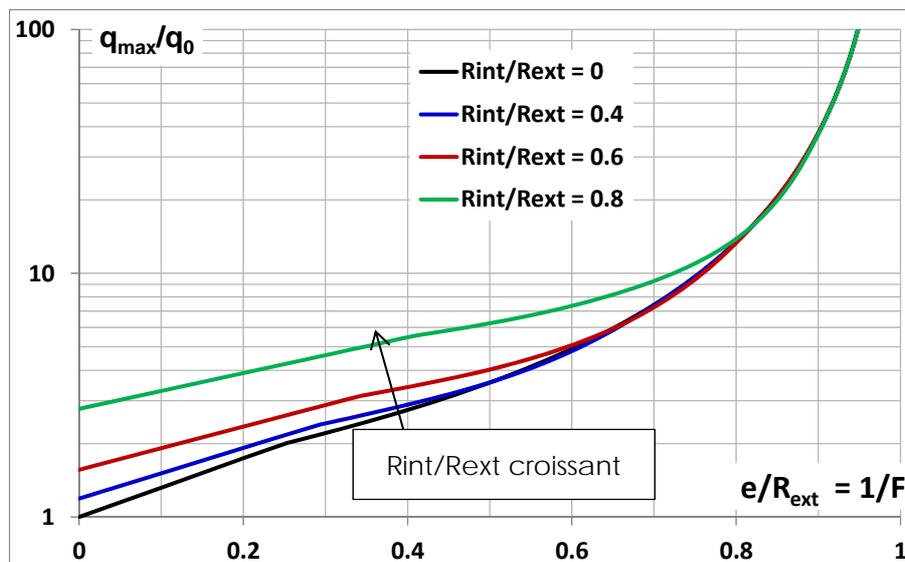


Figure 6. Evolution de la contrainte maximale  $q_{max}$  en fonction de l'excentricité relative

## 5. Recours aux modèles numériques

L'objet de ce paragraphe est d'illustrer l'apport des modèles numériques par rapport à ce que l'on obtiendrait par un traitement analytique selon les développements mathématiques décrits au paragraphe précédent. L'analyse numérique est menée en trois dimensions à l'aide du logiciel Plaxis3D pour différentes configurations :

- Géométrie : circulaire pleine ou annulaire ( $R_{min}=R_{max}/2$ ) ;
- Lithologie : monocouche cohérent ou bi-couche frottant sur cohérent (graves frottantes sur une épaisseur réduite limitée à 7% du diamètre extérieur de la fondation) ;
- Interface : interface purement frottante « rugueuse » ( $\varphi=40^\circ$ ) ou « dégradée » ( $\varphi=26^\circ$ ) ;
- Critère de rupture : cohésion non drainée (couche cohérente) constante ou variable avec la profondeur ;
- Loi de comportement des sols : élasto-plastique parfaite (avec un module E constant ou variable avec la profondeur noté MC), ou non linéaires avancées de type Hardening Soil (notées HSM et HSS).

Il est à noter que l'horizon porteur, supposé non drainé et cohérent dans cette étude, est suffisamment résistant pour qu'il n'y ait pas de risque de poinçonnement. Une plastification peut toutefois apparaître dans le lit de gravier. Les modèles Plaxis 3D considèrent uniquement la moitié du problème profitant du plan de symétrie Ox (direction du chargement).

Un exemple de modèle est présenté dans la figure 7 où les flèches en bleu clair représentent le chargement appliqué. Les résultats des calculs sont post-traités notamment pour l'estimation précise de la surface de contact connaissant les contraintes normales aux points de calcul de l'interface.

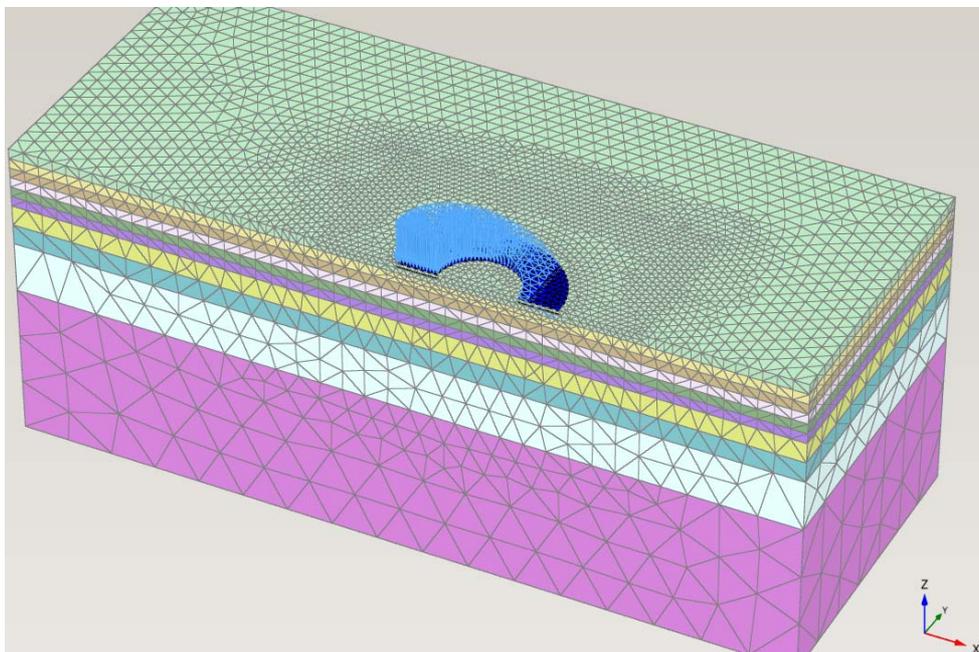


Figure 7. Modèle numérique PLAXIS 3D - environ 70 000 tétraèdres à 10 nœuds ( $R_{int}/R_{ext} = 0.5$ )

La figure 8 présente à titre d'exemple une visualisation de la réaction du sol sous l'embase gravitaire dans le cas d'un chargement excentré à 52% ( $e/R_{ext} = 0,52$ ). Il est intéressant de remarquer le caractère droit de la frontière qui marque le bord de la zone comprimée ce qui conforte l'une des hypothèses implicitement introduites dans le modèle analytique (figure 4). La figure 9 compare la réaction du sol moyenne selon une coupe (Ox) issue des modèles analytique et numérique selon différentes configurations. Des

concentrations de contraintes apparaissent aux bords de la fondation et sont maximales avec la loi élastique linéaire en l'absence de gravier. L'utilisation d'une loi plus évoluée ainsi que l'introduction d'une couche de gravier sous la fondation atténuent ce phénomène de concentration de contraintes. La couche de gravier réduit cette concentration de contrainte à cause de la plastification locale du sol sous l'extrémité de la fondation, les contraintes calculées se rapprochent alors du résultat du modèle analytique.

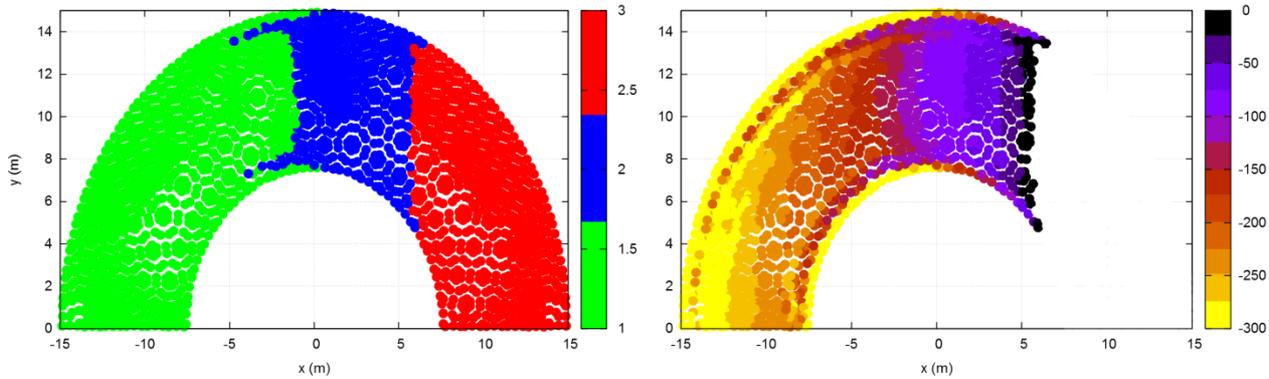


Figure 8. Cartographie 2D de l'interface du modèle HSM, interface rugueuse, sans lit de gravier : état du contact (gauche – vert ou 1 : contact élastique, bleu ou 2 : contact plastifié, rouge ou 3 : décollement), contrainte normale en kPa (droite)

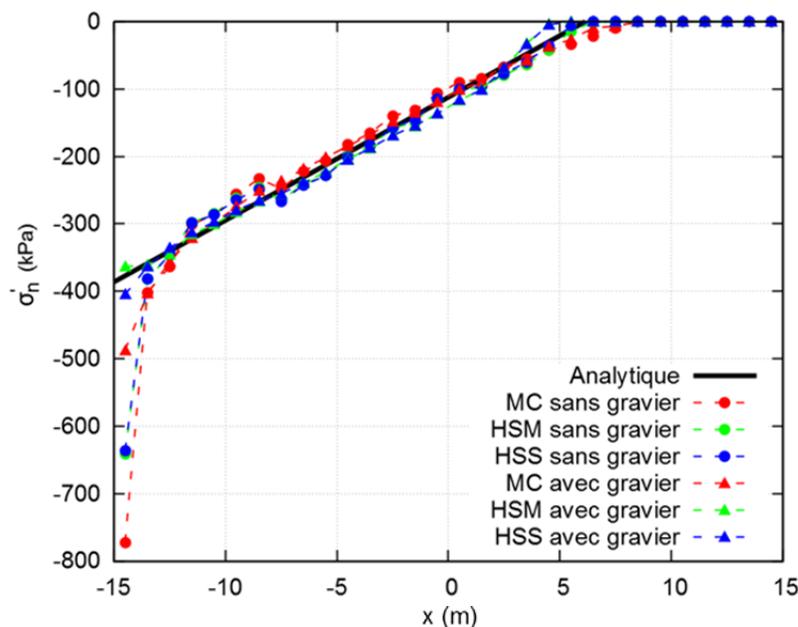


Figure 9. Profils des contraintes normales moyennes sous la fondation annulaire :  $R_{\min}=R_{\max}/2$

La figure 10 compare les surfaces comprimées relatives (rapport de la surface comprimée sur surface totale) issues des différents modèles. Les écarts entre modèles numériques et modèle analytique sont compris dans une fourchette +/-10%. La dispersion des résultats numériques est principalement due à l'approche de modélisation du sol. Une loi simplifiée, telle que la loi élasto-plastique avec l'élasticité linéaire, tend à surestimer la surface comprimée (décollement « tardif ») comparée à des lois plus fines capables de prendre en compte les non-linéarités du sol à faibles déformations et qui mettent évidence un décollement plus rapide de l'embase gravitaire. Cette différence s'explique par les effets de bords, qui stabilisent la fondation, caractéristiques des modèles élastiques. La prise en compte d'un lit de gravier, même de relative faible épaisseur, tend à réduire la surface comprimée par sa plastification en réduisant les effets de bords. Cette analyse comparative montre à l'évidence que le recours aux modèles numériques n'est bénéfique que s'il est couplé à une modélisation plus fine du comportement du sol support.

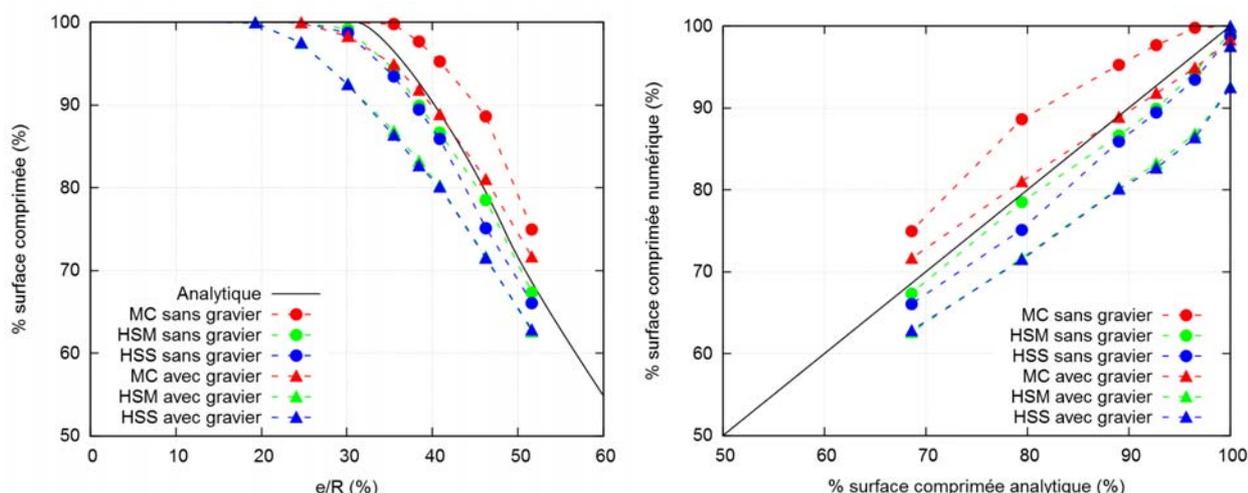


Figure 10. Surface comprimée en fonction de l'excentricité relative (gauche) et surface comprimée numérique en fonction de la surface comprimée analytique (droite) -  $R_{int}=R_{ext}/2$

## 6. Conclusions

Le recours aux modèles analytiques usuels étendus au cas d'une fondation annulaire, bien que relativement simpliste en termes de représentation du comportement du sol (ressorts homogènes), conduit à des résultats très voisins de ceux que l'on obtiendrait par traitement numérique en trois dimensions avec un écart de moins de 10% vis-à-vis de la surface comprimée relative, et ce quelles que soient les hypothèses des calculs numériques. L'analyse paramétrique qui a été menée rappelle le rôle primordial d'une modélisation fine du comportement du sol support.

## 7. Références bibliographiques

- Randolph M., Gourvenec S. (2011). Offshore geotechnical engineering. CRC Press ;
- Taiebat H. A., Carter J. P. (2002). Bearing capacity of strip and circular foundations on undrained clay subjected to eccentric loads. *Geotechnique*, 52(1), pp. 61-64.
- Taiebat H. A., Carter J. P. (2002). A failure surface for the bearing capacity of circular footings on saturated clays. In Proc. 8th Int. Symp. Numer. Models Geomech, NUMOG VIII, Rome (pp. 457-462).
- Taiebat H. A., Carter J. P. (2010). A failure surface for circular footings on cohesive soils. *Géotechnique*, vol. 60, n°4, pp. 265-273.
- Martin C. M., Dunne H. P., Wallerand R., Brown N. (2015). Three-dimensional limit analysis of rectangular mudmat foundations. In Proceedings of the 3rd international symposium on frontiers in offshore geotechnics (ISFOG 2015) (pp. 789-794).
- Kay S., Palix E. (2011). Caisson Capacity in Clay: VHM Resistance Envelope: Part 3—Extension to Shallow Foundations. In ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (pp. 789-798). American Society of Mechanical Engineers.
- Noorzai, J., Naghshineh, A., Kadir, M. A., Thanoon, W. A., & Jaafar, M. S. (2006). Nonlinear interactive analysis of cooling tower–foundation–soil interaction under unsymmetrical wind load. *Thin-walled structures*, 44(9), pp. 997-1005.
- Eskandari-Ghadi, M., Gorji-Bandpey, G., Ardeshir-Behrestaghi, A., & Nabizadeh, S. M. (2015). Tensionless–frictionless interaction of flexible annular foundation with a transversely isotropic multi-layered half-space. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(2), 155-174.