

CALCUL PROBABILISTE TENANT COMPTE DE LA VARIABILITÉ SPATIALE DES SOLS POUR LA JUSTIFICATION D'UN REMBLAI

PROBABILISTIC CALCULATION THAT TAKES INTO ACCOUNT THE SPATIAL VARIABILITY OF SOILS TO JUSTIFY THE STABILITY OF AN EMBANKMENT

Hans PILLARD¹, Anne BERGERE¹, Fahd CUIRA¹, Jean-Jacques FRY²

¹ TERRASOL, Paris, France

² EDF CIH, Le Bourget du Lac, France

RÉSUMÉ – L'article présente l'évolution de la stabilité d'un talus au grand glissement, selon différents types de calcul, déterministe, semi-probabiliste, probabiliste de type RSM et probabiliste avec prise en compte de la variabilité spatiale des sols. Cette dernière approche ne considère plus la dispersion naturelle des données comme une véritable incertitude de mesure mais comme une information supplémentaire à intégrer au calcul.

ABSTRACT – This article exposes the stability evolution of a slope failure according to different calculation approaches: deterministic, semi-probabilistic, probabilistic of RSM type and probabilistic approach that takes into account the spatial variability of soil. This last method mentioned, considers the natural dispersion of data as additional information to include within the calculations and not as measurement uncertainty.

1. Introduction

Les justifications d'ouvrages géotechniques suivent généralement des approches déterministes qui considèrent des coefficients de sécurité partiels s'appliquant aux différents paramètres de calcul, ou globaux s'appliquant seulement au résultat du calcul. Ces coefficients sont évalués pour que, dans les cas courants, le niveau de sécurité de l'ouvrage respecte les probabilités de défaillance (ou les indices de fiabilité β) imposées dans les documents normatifs. Ils prennent donc en compte une incertitude type sur la donnée d'entrée du calcul. Plus spécifique à chaque étude, les méthodes probabilistes permettent un calcul direct de l'indice de fiabilité β en considérant l'incertitude réelle des données d'entrée du problème.

Une étude probabiliste a été menée pour apprécier l'influence de la dispersion spatiale des paramètres de dimensionnement sur l'indice de fiabilité β . Utilisant la position de la donnée d'entrée géotechnique afin d'optimiser le calcul ; elle ne considère plus la dispersion naturelle comme une véritable incertitude de mesure mais comme une information supplémentaire à intégrer au calcul.

La méthode est testée dans le cadre de l'étude de la stabilité d'un canal en remblai vis à vis du grand glissement. Dans un premier temps, le contexte de l'étude ainsi que les données utilisées pour le calcul sont détaillées. Puis des calculs traditionnels faisant intervenir un seul coefficient de sécurité global ou des coefficients de sécurité partiels sont menés afin de montrer la différence d'approche entre ces calculs et les calculs probabilistes réalisés ensuite. Pour commencer, le calcul probabiliste est mené sans considérer la variabilité spatiale. La méthode complète prenant en compte la variabilité spatiale est ensuite détaillée et appliquée à notre cas d'étude. Les résultats des différentes méthodes peuvent alors être interprétés et comparés.

2. Le contexte géotechnique de l'étude

2.1. Un ouvrage en terre homogène

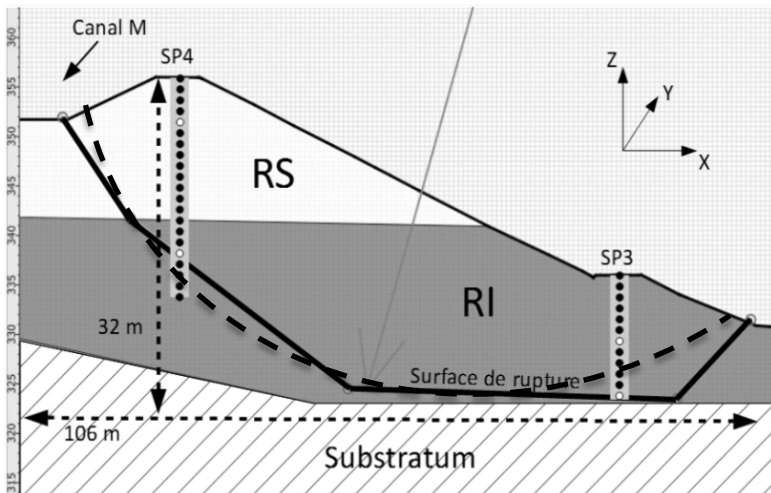


Figure 1. Coupe d'une des rives du canal – positions des sondages pressiométriques SP3 et SP4 ainsi que des points de données.

L'étude consiste à justifier la stabilité au grand glissement d'un canal en terre (nommé canal M) présenté sur la Figure 1. Le remblai est constitué d'une partie supérieure (RS) en marnes compactées et une partie inférieure (RI) en marnes graveleuses compactées. Les parements du talus en contact avec le canal sont fortement imperméables et constituent donc une barrière qui limite les écoulements à l'intérieur du remblai.

2.2. Étude du glissement circulaire

Le mécanisme de rupture étudié est le glissement du talus selon une surface de rupture polygonale (simplification d'une surface de rupture circulaire) présentée Figure 1. Le coefficient de sécurité global F est calculé à partir de la résistance au cisaillement du sol τ_{max} et en utilisant les hypothèses de Fellenius :

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_{max_i} l_i}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

Avec n le nombre de tranches qui ont servi au calcul, τ_{max_i} la résistance au cisaillement au centre de la base de la tranche i , l_i la longueur de la base de la tranche, W_i le poids de la tranche par mètre linéique et α_i l'angle formé par la base de la tranche avec l'horizontale.

2.3. Données sur le sol

Les données géotechniques à disposition pour l'étude consistent en 4 sondages pressiométriques et diverses essais de laboratoires dont quelques triaxiaux. Pour obtenir des valeurs de résistance au cisaillement (Tableau 1), deux sondages pressiométriques SP3 et SP4 (représentés Figure 1) sont retenus. Les résistances au cisaillement sont issues des corrélations de Cassan (1988). Ainsi, 13 valeurs de τ_{max} sont obtenues dans RS avec un faible écart-type et 20 valeurs dans RI avec un fort écart-type.

Tableau 1. Résultats de résistance au cisaillement obtenus à partir des essais in situ.

Paramètres de τ_{max}	RS	RI
Nombre de données	13	20
Moyenne μ (kPa)	122,3	182,3
Écart-type σ (kPa)	8,2	61,6

3. Variabilité spatiale et erreur sur la donnée

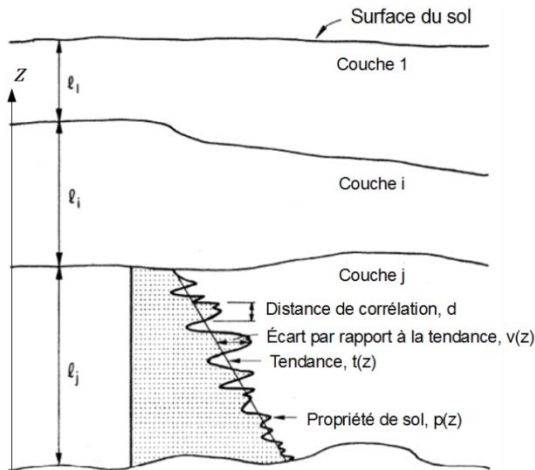


Figure 2. Illustration de la variabilité spatiale.

La variabilité spatiale d'un paramètre de sol correspond simplement à la variation naturelle de la valeur de ce paramètre dans le sol du fait de l'hétérogénéité de ce dernier. Typiquement, le géotechnicien devra considérer une couche de sol j (Figure 2) et une propriété $p(z)$ qui peut dépendre de la profondeur z par exemple. Il pourra appréhender une certaine tendance $t(z)$ de la propriété (qui peut être une constante) mais les écarts naturels $v(z)$ par rapport à cette tendance ne seront accessibles que par la mesure. Il est possible d'écrire simplement :

$$p(z) = t(z) + v(z) \quad (3)$$

Pour étudier cette variabilité spatiale, il faut caractériser la corrélation spatiale dans la couche j . Parler de corrélation spatiale revient à dire que deux points proches dans l'espace doivent avoir des propriétés similaires car le sol est moins hétérogène pour de faibles distances. Il est alors possible de définir une distance de corrélation d , distance à partir de laquelle il n'y a plus ou très peu de corrélation ou de ressemblance entre deux mesures.

Pour des remblais, ce phénomène de variabilité spatiale peut s'expliquer par leur construction par compactage de couches successives, avec des matériaux issus de carrières peut-être différentes, dans des conditions climatiques pouvant varier, etc ...

Le paramètre mesuré $p_m(z)$ est aussi soumis à l'erreur de mesure $e(z)$ qui est liée à la précision de l'appareil, à l'interprétation de l'opérateur. Il est alors possible d'écrire :

$$p_m(z) = p(z) + e(z) = t(z) + v(z) + e(z) \quad (4)$$

Sans variabilité spatiale, l'incertitude considérée est généralement globale et rassemble $v(z)$ et $e(z)$. L'objectif de la présente étude est de considérer $v(z)$ comme une information à ajouter au calcul et non plus comme une erreur, une incertitude.

4. Les approches de calcul traditionnelles

4.1. Choix de valeurs prudentes

Pour le choix des paramètres de calcul dans les approches déterministes et semi-probabilistes, les Eurocodes recommandent d'utiliser des valeurs prudentes qui peuvent être déduites statistiquement à partir de l'analyse des données. D'après l'Eurocode 7, selon que le mécanisme de rupture est plutôt « local » ou non, il faut considérer une valeur « basse » X_b ou une valeur « moyenne inférieure » X_{mi} du paramètre. Elles peuvent être estimées avec les formules (Baguelin, 2006) :

$$X_b = \mu - k_b \sigma, \quad k_b = t_{0,05}^{N-1} \sqrt{1 + \frac{1}{N}} \quad (5)$$

$$X_{mi} = \mu - k_{mi} \sigma, \quad k_{mi} = \frac{t_{0,05}^{N-1}}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

Avec N le nombre de données et $t_{0,05}^{N-1}$ le fractile à 5% de la loi de Student à $N - 1$ degrés de libertés. Sous l'hypothèse d'une distribution normale des données, ces formules sont censées donner une estimation prudente de la moyenne et du fractile à 5%.

La valeur basse peut être utilisée lorsque la rupture se produit en passant uniquement par quelques points faiblement résistants du milieu, avec un mécanisme de rupture considéré comme « local ». La valeur moyenne inférieure sera plutôt à réserver au mécanisme de rupture sollicitant un volume de sol important. Par ailleurs, la distance de corrélation permet d'évaluer si des points de données « faibles » peuvent impacter ou non un volume de sol important. Les valeurs prudentes évaluées à partir des données initiales du projet (Tableau 1) sont donnés dans le Tableau 2. Il est important de noter, l'écart-type étant beaucoup plus élevé pour les données de RI, la valeur basse estimée est très pessimiste et $X_b^{RI} < X_b^{RS}$ alors que la moyenne basse l'est moins

$$X_{mi}^{RI} > X_{mi}^{RS}$$

Tableau 2. Valeurs basses et moyennes inférieures dans RS et RI.

Paramètres de τ_{max}	RS	RI
X_{mi} (kPa)	118,2	158,5
X_b (kPa)	107,2	73,2

4.2. Calcul déterministe

Le principe du calcul déterministe est d'utiliser des valeurs prudentes dans la formule (1) et de calculer le coefficient de sécurité global F qui représente la marge de sécurité entre la situation réelle et la situation de rupture, de défaillance de l'ouvrage. Le coefficient à vérifier pour la stabilité vis-à-vis du grand glissement est pour notre cas 1,5. Avec les valeurs basses X_b du Tableau 2, le calcul donne $F = 1,05$ tandis qu'avec les valeurs moyennes inférieures X_{mi} , $F = 2,03$. Le résultat est donc difficilement interprétable puisque, selon le choix des valeurs prudentes (X_b ou X_{mi}), la sécurité du canal M est justifiée ou non.

4.3. Calcul semi-probabiliste

Le principe des calculs semi-probabilistes est de tenir compte plus spécifiquement des incertitudes relatives à chaque paramètre du problème en intégrant à la formule de départ (1) différents coefficients de sécurité partiels. Les formules pondérant les paramètres de sol (Eurocodes 7, approche de calcul 3, ouvrage courant) donnent :

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\tau_{max_i}}{\Gamma_\tau} l_i}{\Gamma_{methode} \sum_{i=1}^n \Gamma_\gamma W_i \sin \alpha_i} \quad (7)$$

Avec Γ_γ , Γ_τ et $\Gamma_{methode}$ les coefficients pondérant respectivement le poids volumique du sol, la résistance au cisaillement et la méthode de Fellenius et valant respectivement 1, 1,4 et 1,1. Ces coefficients sont conçus pour assurer une certaine marge de sécurité dans des situations courantes lorsqu'ils sont couplés à des valeurs prudentes de paramètres. L'objectif est cette fois d'obtenir un coefficient de sécurité global F supérieur à 1. Pour l'étude, le poids volumique des sols est relativement bien identifié donc l'incertitude repose en grande majorité sur τ_{max} dans RS et RI. Avec les valeurs basses du Tableau 2, le calcul donne $F = 0,68$ tandis qu'avec les valeurs moyennes inférieures $F = 1,32$. Le résultat est donc encore une fois difficilement interprétable pour justifier la sécurité du canal M.

4.4. Origine des coefficients de sécurité globaux et partiels

Il existe deux façons de déterminer les valeurs numériques des coefficients de sécurité (Figure 3). La première, encore très utilisée, consiste à les calibrer avec l'expérience acquise lors d'études similaires. La deuxième consiste à utiliser la théorie probabiliste de la fiabilité pour calibrer les coefficients. Les coefficients partiels ou globaux peuvent donc permettre d'adapter le calcul probabiliste à des cas d'étude standards en évitant d'avoir à réaliser de véritables calculs probabilistes parfois compliqués.

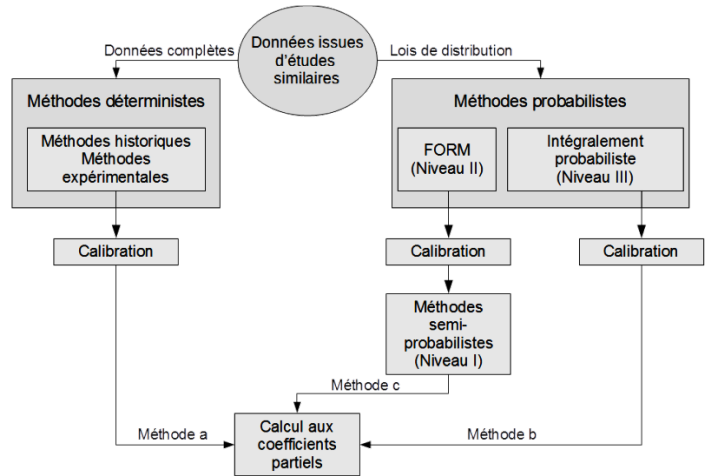


Figure 3. Méthodes de calibration des coefficients partiels.

5. L'approche probabiliste

5.1. Modélisation des variables aléatoires

Pour le calcul probabiliste, il faut caractériser τ_{max} dans RS et RI par deux variables aléatoires. A chaque intervalle de valeurs possible de τ_{max} il faut associer une probabilité d'occurrence. Des histogrammes sont réalisés à partir des valeurs obtenues pour chaque point de donnée. Ensuite, des modèles de lois probabilistes sont calés sur les données. Dans la Figure 4, les fonctions de densité de probabilité de ces lois sont représentées.

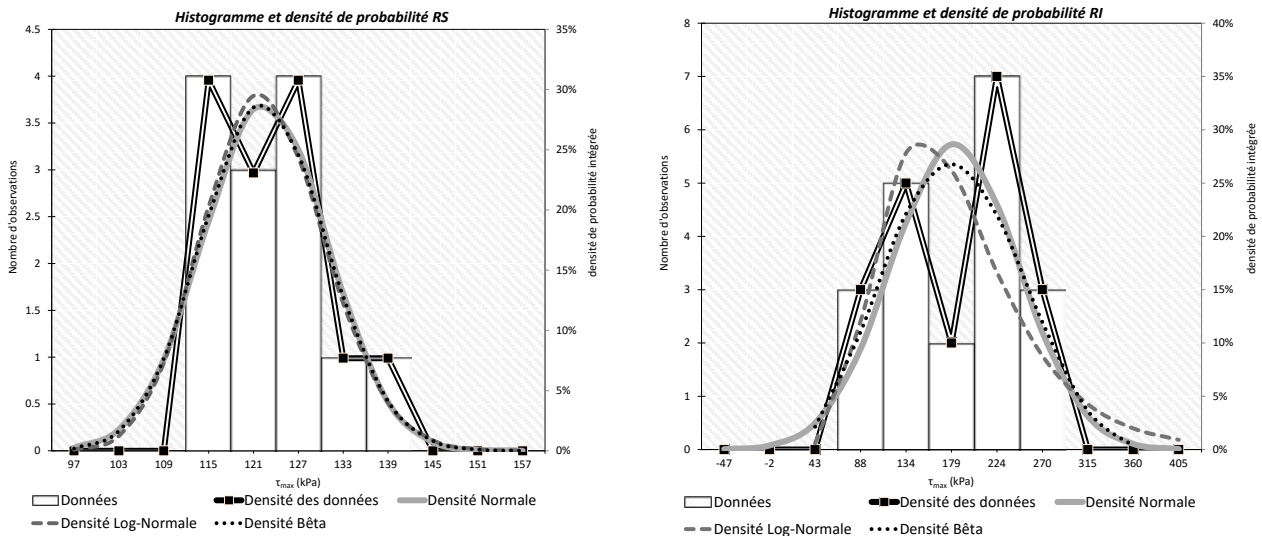


Figure 4. Histogrammes des données et modèles de distribution normale (trait continu gris), log-normale (pointillés longs) et bêta (pointillés courts).

Pour l'étude, des modèles de distribution normale, log-normale et bêta ont été étudiés. Les paramètres des lois de probabilité associées sont présentés Tableau 3.

Tableau 3. Moyennes μ et écart-types σ . B et H : borne inférieure et supérieure de la loi bêta.

Loi	Paramètres associés (kPa) RS		Paramètres associés (kPa) RI	
Normale	$\mu_{RS} = 122,3$	$\sigma_{RS} = 8,2$	$\mu_{RI} = 182,3$	$\sigma_{RI} = 61,6 /$
Log-normale	$\mu_{RS} = 122,3$	$\sigma_{RS} = 8,0$	$\mu_{RI} = 184,1$	$\sigma_{RI} = 72,3$
Bêta	$\mu_{RS} = 122,3$ $B = 30$	$\sigma_{RS} = 8,2$ $H_{RS} = 170$	$\mu_{RI} = 182,3$ $B = 30$	$\sigma_{RI} = 61,6$ $H_{RI} = 351$

5.2. Calcul probabiliste RSM et résultats

Une fois les variables aléatoires définies pour RS et RI, il est possible de calculer un indice de fiabilité β pour l'ouvrage avec des calculs probabilistes. La probabilité de défaillance P_f de l'ouvrage est estimée avec la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. L'approche adoptée RSM (*Response Surface Method*, Cazes, 2014) est une méthode itérative qui permet d'obtenir une valeur précise de β en étudiant la fonction de défaillance qui dépend des variables aléatoires. L'une des particularités de la RSM est d'approximer cette fonction, parfois implicite, par un polynôme dont on recalcule les coefficients à chaque itération.

Les résultats du calcul RSM sont répertoriés au Tableau 4. Ils sont comparés à des résultats de simulations de Monte-Carlo afin de valider notre approche par la RSM qui donne des résultats très fiables. Ces résultats peuvent être comparés à certains indice de fiabilités cibles indiqués dans les Eurocodes. Par exemple, pour un bâtiment de classe RC2, le β minimum demandé pour une période d'observation de 50 ans est 3,8. Les résultats du calcul probabiliste sont donc en deçà de ces recommandations Eurocodes et restent très dépendant de la loi de probabilité choisie. Pour la suite on retiendra la loi bêta qui nous semble la plus réaliste puisque le tirage de valeurs négatives ou très fortes est impossible.

Tableau 4. Résultats du calcul RSM et de simulations de Monte-Carlo.

Loi	β RSM	β Monte-Carlo	P_f Monte-Carlo
Normale	1,878	1,878	$3,02 \cdot 10^{-2}$
Log-Normale	2,488	2,489	$6,53 \cdot 10^{-3}$
Bêta	2,057	2,058	$1,98 \cdot 10^{-2}$

6. Calcul probabiliste et variabilité spatiale

La variabilité spatiale considère la valeur de la donnée et sa position (x, y) . De ce fait, si des valeurs élevées de résistance au cisaillement se situent dans la zone du mécanisme de rupture, l'indice de fiabilité pourra être augmenté par rapport à l'étude probabiliste simple. Dans le cas contraire, l'indice sera diminué.

6.1. Relation entre τ_{max} et la contrainte verticale

Une amélioration de la résistance au cisaillement τ_{max} avec la contrainte verticale σ_{vert} (donc avec la profondeur) est observée sur les données. Pour obtenir un paramètre dépendant uniquement des variables d'espace x et z (Figure 5), une régression linéaire est réalisée sur les données de RS et RI et permet de déterminer une relation simple $\tau_{reg} = f(\sigma_{vert})$. Plus les points de données sont éloignés de la droite de régression, plus la variabilité spatiale est importante, ce qui est le cas pour le remblai inférieur RI qui présente un écart-type des données important. Pour chaque valeur réelle τ_{max} , on retranche la valeur τ_{reg} pour obtenir une nouvelle variable $(\tau_{max} - \tau_{reg})$ dépendante seulement de x et z . Les valeurs de $(\tau_{max} - \tau_{reg})$ sont représentées en fonction de σ_{vert} Figure 5.

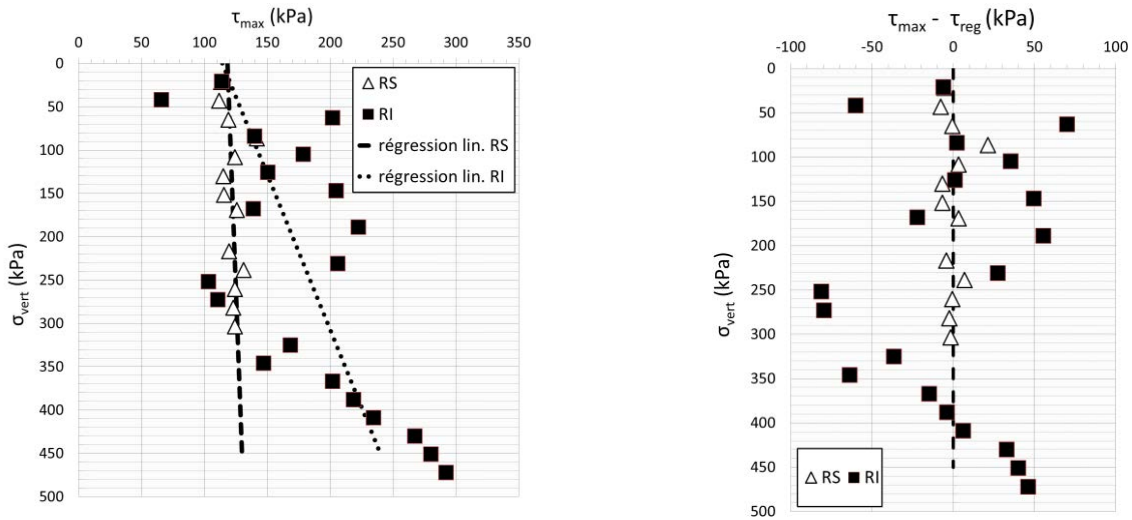


Figure 5. Relation entre τ_{max} et σ_{vert} à gauche et $(\tau_{max} - \tau_{reg})$ et σ_{vert} à droite.

6.2. Évaluation de la corrélation spatiale

Pour déterminer la manière dont les données sont corrélées spatialement, un variogramme est calculé. La corrélation spatiale est évaluée selon les deux directions x et z . Le variogramme échantillonné obtenu pour l'analyse des données de RS, selon z est présenté Figure 6. Il nécessite de calculer pour chaque paire de points la distance verticale qui les sépare et une semi-variance. Plus la distance est grande plus la semi-variance augmente car les données sont moins corrélées entre elles. Ensuite, il faut caler un modèle théorique de variogramme plus pratique à utiliser (modèle sphérique, cubique ou gaussien). Les principaux éléments du variogramme sont la distance de corrélation d , l'effet de pépité qui marque une discontinuité de la corrélation spatiale pour de faibles distances et le palier qui indique que les données ne sont plus corrélées entre elles.

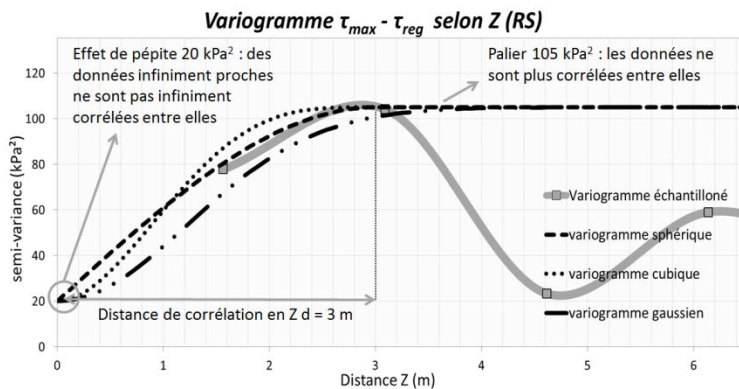


Figure 6. Variogramme échantillonné et modèles de variogrammes obtenus pour RS selon l'axe z .

Tableau 5. Paramètres des modèles de variogramme retenus.

Paramètres variographiques	RS	RI
Type de variogramme	sphérique	sphérique
Distance de corr. en z (m)	3	5
Distance de corr. en x (m)	2000 / 110 / 40	2000 / 110 / 40
Palier (kPa^2)	105	1950
Effet de pépité (kPa^2)	20	1200

Pour évaluer des variogrammes selon l'axe x , le nombre de données est insuffisant (2 profils pressiométriques seulement). L'hypothèse que tous les paramètres des variogrammes en x et en z sont identiques hormis les distances de corrélation est alors supposée. Pour RS et RI, trois modèles de variogrammes sont testés selon x avec des distances de corrélation de 2000, 110 et 40 m. Les paramètres des modèles sont indiqués dans le Tableau 5.

6.3. Krigeage des données

Le krigeage est une méthode d'interpolation spatiale qui tient compte notamment de la position des données et des modèles de variogrammes choisis. En chaque point où la valeur du paramètre est estimée, le krigeage permet d'obtenir un écart-type σ_k qui caractérise l'incertitude de l'estimation. Il dépend aussi du modèle de variogramme et de la distance entre les points estimés et les points de donnée réels et est donc directement lié à la variabilité spatiale. Le krigeage considère la valeur de la donnée d'entrée comme juste. Pour la suite, il faudra donc veiller à intégrer au calcul une erreur de mesure supplémentaire sur cette donnée d'entrée.

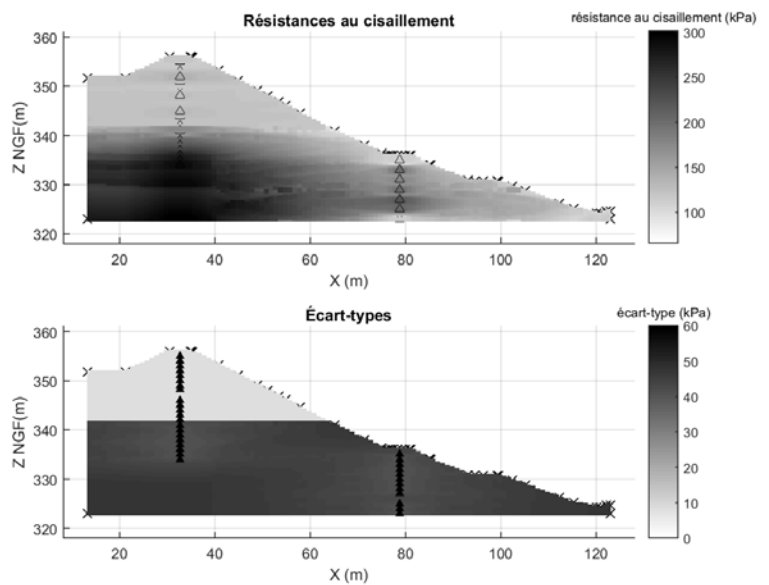


Figure 7. Résultats du krigeage avec une distance de corrélation $d_x = 40$ m.

Une fois le krigeage de $(\tau_{max} - \tau_{reg})$ réalisé, des valeurs de τ_{max} sont calculées simplement avec $(\tau_{max} - \tau_{reg}) + \tau_{reg}$. Le résultat final obtenu avec une distance de corrélation en x de 40 m est présenté en Figure 7.

6.4. Définition des variables aléatoires et calcul probabiliste

La méthode RSM adoptée nécessite des variables aléatoires indépendantes. Le talus a donc été divisé en différents éléments. Chaque élément doit correspondre à une variable aléatoire τ_{max} et être indépendant de ses voisins. Pour qu'ils soient indépendants, leurs dimensions ont été choisies pour correspondre aux distances de corrélation retenues en x et z . Par exemple, dans RI, les éléments sont des rectangles de 40 m de large par 5 m de haut pour $d_x = 40$ m. Une fois les éléments définis géométriquement, et à partir des estimations de τ_{max} par krigeage, une densité de probabilité bêta munie d'une moyenne μ et d'un écart-type σ peut leur être associée. L'écart-type σ_m de mesure de l'élément est alors considéré comme égale à σ et une valeur prudente de l'écart-type de krigeage σ_k est calculée. Une nouvelle loi de distribution bêta est alors définie par la moyenne μ et l'écart-type total $\sigma_t = \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_m^2}$. Chaque élément est donc associé à une variable aléatoire τ_{max} munie de sa propre loi de probabilité (Figure 8). Les résultats du calcul RSM sont donnés Tableau 6.

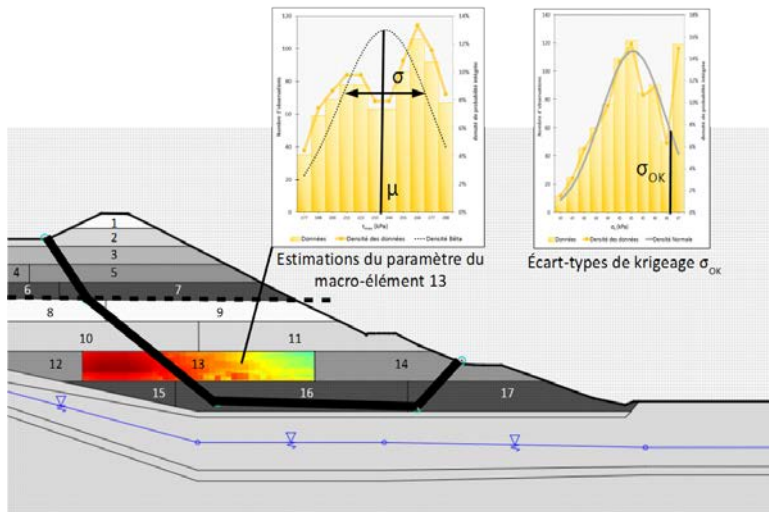


Figure 8. Représentation des éléments du canal M

Tableau 6. Résultats du calcul probabiliste avec des lois bêta et différents d_x .

Distance de corrélation en x (m)	β
2000	3,057
110	3,279
40	5,565

7. Conclusions

Dans le cadre de notre projet, nous avons adopté différentes méthodes de calcul pour justifier la stabilité au grand glissement d'un talus de 32 m de haut. A partir de corrélations sur les résultats d'essais pressiométriques, un jeu de paramètres géotechniquement probable est adopté, 13 valeurs dans la partie supérieure du remblai en marnes compactées (faible écart type) et 20 valeurs dans la partie inférieure du remblai en marnes graveleuses (fort écart type). Les recommandations en vigueur proposent de travailler avec des valeurs prudentes comprises entre, x_b valeur "basse" représentative du milieu pour un mécanisme de rupture considéré comme "local" et x_{mi} valeur "moyenne inférieure" représentative du milieu pour un mécanisme de rupture considéré comme "global".

La première approche déterministe vise un coefficient de sécurité de 1,5 pour notre projet. Le calcul donne un coefficient de $F = 1,05$ avec les valeurs "basses" x_b et $F = 2,03$ avec les valeurs "moyenne inférieures" x_{mi} . Ces résultats ne permettent pas de conclure sur la stabilité du talus.

La deuxième approche semi-probabiliste consiste à pondérer les paramètres (Eurocode 7, approche de calcul 3, ouvrage courant). L'objectif est cette fois d'obtenir un coefficient de sécurité global F supérieur à 1. Le calcul donne $F = 0,68$ avec les valeurs "basses" x_b et $F = 1,32$ avec les valeurs "moyenne inférieures" x_{mi} . Ces résultats sont encore une fois difficilement interprétables pour justifier la stabilité du talus.

La troisième approche probabiliste caractérise les données d'entrée par une probabilité d'occurrence dont la distribution peut être approximée par une loi, normale / log-normale / Bêta ... Le résultat recherché est un indice de fiabilité $\beta = 3,8$ pour notre projet. Les résultats montrent une grande dépendance à la loi de distribution des données d'entrée : $\beta = 1,87$ pour une loi normale, $\beta = 2,48$ pour une loi log-normale et $\beta = 2,05$ pour une loi Bêta. Notons que ces 3 résultats montrent un indice de fiabilité inférieur à la valeur cible de 3,8 ; ce qui n'est pas satisfaisant pour justifier la stabilité du talus.

La quatrième approche probabiliste avec prise en compte de la variabilité spatiale, ne considère plus la dispersion naturelle des données comme une véritable incertitude de mesure mais comme une information supplémentaire à intégrer au calcul. Pour notre projet, les données de forte résistance étant positionnées dans la zone de rupture potentielle, l'indice de fiabilité β augmente fortement jusqu'à $\beta > 5,0$ justifiant amplement la stabilité du talus.

8. Références bibliographiques

- Cazes E., Cuiru F., Simon B. (2014). Une mise en œuvre pratique de l'analyse de risques en géotechnique, Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNGG2014.
- Baguelin F., Kovarik J.-B. (2006). Une méthode de détermination des valeurs caractéristiques des paramètres géotechniques, Revue Française de Géotechnique, n° 93, pp. 35-41.
- Norme NF EN 1997-1, Éd. AFNOR, 2005.
- Cassan M. (2005), Les essais pressiométriques et leurs applications en France - Rappels historiques et état des connaissances, 50 ans de pressiomètres, vol. 2, Presses de l'ENPC/LCPC.